

SYLLABUS

CALCUL DIFFÉRENTIEL AVANCÉ

1. Description du cours

Informations générales	
Code et Intitulé de l'UE	CDA2113 - Calcul différentiel avancé
Code ECUE	CDA2113
Auteur	Dr SANA Mohamed
Mail	mohamed.sana@uvci.edu.ci
Démarche pédagogique	Méthode active
Articulation pédagogique	Aucune
Prérequis	Math2-Ana3 et Math2-AlgLin2
Crédits	5 crédits ECTS
Durée d'activité Enseignant	60 heures
Temps personnel de l'Étudiant	65 heures
Public cible	Licence 2 - Semestre 3
Type de Formation	Formation initiale
Mode d'enseignement	Formation à distance sur campus.uvci.edu.ci
Année académique	2026 - 2027

CONTEXTE

Ce module approfondit les outils de topologie et de calcul différentiel en dimension finie, en développant une vision abstraite utile à l'étude des équations différentielles ordinaires. Il forme également aux courbes paramétrées et aux techniques de calcul d'intégrales multiples, jusqu'à la formule de Green-Riemann.

Les notions sont abordées avec un souci de rigueur et d'articulation entre résultats théoriques, interprétation géométrique et calcul technique.

OBJECTIF GÉNÉRAL

À l'issue du module, l'étudiant-e est capable d'appliquer les compléments de topologie et de calcul différentiel en dimension finie aux problèmes d'existence et d'unicité, à l'étude des courbes paramétrées, et aux calculs des intégrales doubles, triples et curvilignes.

OBJECTIFS SPECIFIQUES

- Calculer une différentielle, des dérivées partielles, une matrice jacobienne ;
- Utiliser les théorèmes du point fixe, l'inversion locale et les fonctions implicites (sans exigence de démonstration) dans les preuves de l'existence, l'unicité et la régularité des solutions ;
- Construire une étude complète de courbe : symétries, variations, branches infinies et points multiples, représentation ;
- Calculer des intégrales curvilignes, des longueurs de courbes ;
- Utiliser le théorème de Fubini, la formule de Green-Riemann et les changements de variables dans le calcul des intégrales doubles.

Compétences :

- ▶ Maîtrise du calcul des différentielles, jacobiniennes et fonctions composées ;
- ▶ Usage des théorèmes fondamentaux (point fixe, inversion locale, fonctions implicites) pour établir existence, unicité et régularité;
- ▶ Analyse qualitative et tracé de courbes paramétrées ;
- ▶ Calcul d'intégrales curvilignes, des longueurs de courbes;
- ▶ Calcul d'intégrales doubles à l'aide du théorème de Fubini, la formule de Green-Riemann et des changements de variables .

PRÉREQUIS

- | | |
|---|---|
| 1 | Math2-Ana3 : fonctions à plusieurs variables |
| 2 | Math2-AlgLin2 : applications linéaires ; réduction des endomorphismes |

MODÈLE PÉDAGOGIQUE : FORMATION 100% DISTANCIELLE

Phase 1 - Exploration autonome et prise de contact : Les apprenants accèdent aux ressources multimodales sur campus.uvci.edu.ci. Chaque leçon est accompagnée d'un parcours de lecture balisé, incluant des ressources en libre accès. A cette exploration autonome, succède une prise de contact officielle avec l'enseignant chargé de la matière afin de présenter les modalités d'apprentissage et le scénario pédagogique envisagé.

Phase 2 Formation . Séances de rencontres asynchrones et synchrones pour des travaux dirigés sous la supervision en ligne de l'enseignant.

Phase 3 - Quiz formatifs, participation aux forums, soumissions d'évaluations flash et continue en mode synchrone (fenêtre de 15 à 25 min) et Devoirs continus. Ces évaluations constituent 40% de la note finale
Évaluation Session 1 et Session 2 (examen final valant 60% de la note finale).

STRUCTURE DU COURS : 3 CHAPITRES • 10 LEÇONS

Chapitre	Intitulé	Leçons	Contenus principaux
CHAPITRE 1	Compléments de calcul différentiel en dimension finie	L1, L2, L3, L4	<i>Suites de Cauchy, d'espaces de Banach, différentielle et dérivées partielles, C1-difféomorphisme, matrice jacobienne, point fixe, inversion locale, fonctions implicites</i>
CHAPITRE 2	Courbes paramétrées	L5, L6, L7	<i>Tracé, points singuliers, intégrales curvilignes, longueur</i>
CHAPITRE 3	Intégrales doubles	L8, L9, L10	<i>Fubini, aires et changements de variables</i>

LEÇONS

L1 Chapitre 1

Suites de Cauchy et complétude de $\mathbb{R}^n$

◆ OBJECTIF SPÉCIFIQUE 1

- Caractériser la convergence et la complétude dans les espaces vectoriels normés

N°	Objectifs opérationnels
1	Caractériser une suite de Cauchy et une partie complète
2	Établir une relation entre suite convergente, suite de Cauchy et suite bornée
3	Identifier $\mathbb{R}^n$ et $\mathbb{C}^n$ comme exemples d'espaces de Banach

L2 Chapitre 1

Fonctions différentiables, différentielles et matrice jacobienne

◆ OBJECTIF SPÉCIFIQUE 2

- Calculer et interpréter la différentielle d'une application de plusieurs variables en mobilisant les dérivées partielles, la matrice jacobienne et la règle de composition

N°	Objectifs opérationnels
1	Etudier la différentiabilité en un point à partir de l'approximation linéaire.
2	Déterminer les dérivées partielles, la matrice jacobienne et la différentielle d'une application
3	Appliquer le théorème de composition des applications

L3 Chapitre 1	Fonctions de classe C^1
--------------------------------	---

◆ OBJECTIF SPÉCIFIQUE 3

- Exploiter les propriétés des applications C^1 et les théorèmes locaux pour des résultats d'existence, d'unicité ou de représentation locale.

N°	Objectifs opérationnels
1	Déterminer les dérivées partielles, la matrice jacobienne et la différentielle d'une application de classe C^1 .
2	Vérifier les caractéristiques d'un C^1 -difféomorphisme, d'une application de classe C^1
3	Mettre en œuvre le théorème du point fixe , le théorème de l'inversion locale et le théorème des fonctions implicites dans leur cadre énoncé
4	Utiliser l'inégalité des accroissements finis et les fonctions lipschitziennes

L4 Chapitre 1	Théorème du point fixe – Applications
--------------------------------	--

◆ OBJECTIF SPÉCIFIQUE 4

- Appliquer les résultats de régularité, de contraction et d'inversion locale à des problèmes différentiables

N°	Objectifs opérationnels
1	Vérifier les hypothèses d'un théorème du point fixe pour la justification de l'existence et de l'unicité
2	Vérifier les hypothèses du théorème de l'inversion locale et celui des fonctions implicites

L5 Chapitre 2	Étude des courbes paramétrées
--------------------------------	--------------------------------------

◆ OBJECTIF SPÉCIFIQUE 5

- Analyser localement une courbe paramétrée et sa géométrie

N°	Objectifs opérationnels
1	Interpréter vitesse et accélération
2	Déterminer trajectoire, paramétrage admissible, points réguliers/stationnaires et tangentes
3	Étudier l'allure locale à partir des dérivées et développements limités

L6 Chapitre 2	Plan d'étude d'un arc paramétré
--------------------------------	--

◆ **OBJECTIF PÉDAGOGIQUE 6**

- Construire l'étude qualitative complète d'un arc paramétré

N°	Objectifs opérationnels
1	Détecter et caractériser les branches infinies
2	Exploiter les symétries et identifier les points multiples
3	Suivre le plan d'étude x,y puis Γ et tracer une courbe

L7 Chapitre 2	Intégrales curvilignes
--------------------------------	-------------------------------

◆ **OBJECTIF PÉDAGOGIQUE 7**

- Calculer des intégrales le long de courbes orientées et des longueurs d'arc

N°	Objectifs opérationnels
1	Reconnaître un arc/courbe orienté(e), intégrale curviligne et lacet
2	Utiliser les propriétés (linéarité, relation de Chasles, etc.) et formes différentielles exactes
3	Calculer une circulation et une longueur

L8 Chapitre 3	Construction de l'intégrale double
--------------------------------	---

◆ **OBJECTIF PÉDAGOGIQUE 8**

- Poser rigoureusement le cadre géométrique et analytique de l'intégrale double

N°	Objectifs opérationnels
1	Intégrer une fonction en escalier sur un pavé fermé borné
2	Etudier l'intégrabilité d'une fonction bornée continue sur une partie quarrable
3	Utiliser linéarité, additivité, positivité, croissance et l'inégalité de Cauchy–Schwarz

L9 Chapitre 3	Techniques de calcul
--	-----------------------------

◆ **OBJECTIF SPÉCIFIQUE 9**

- Choisir une représentation efficace pour le calcul d'une intégrale double ou triple

N°	Objectifs opérationnels
1	Calculer des intégrales doubles par le théorème de Fubini
2	Calculer une intégrale double par changement de variables et par passage en coordonnées polaires
3	Appliquer les coordonnées cylindriques et sphériques dans le calcul d'une intégrale triple

L10 Chapitre 3	Formule de Green-Riemann
---------------------------------	---------------------------------

◆ **OBJECTIF SPÉCIFIQUE 10**

- convertir une circulation sur le bord d'un domaine plan en intégrale double par la formule de Green-Riemann

N°	Objectifs opérationnels
1	Utiliser la formule de Green-Riemann dans le calcul d'intégrales
2	Transformer une circulation en intégrale double

MODALITÉS D'ÉVALUATION

40% Évaluation continue	Évaluations continues en mode synchrone + Devoirs continus notés en mode asynchrone
60% Examen final	Évaluation finale : résolution de problèmes intégrant théorèmes et techniques de calcul

RESPONSABILITÉS — ENSEIGNANT(E) • TUTEUR • APPRENANT(E)

PAR L'APPRENANT(E)

1. Se présenter dans le forum en indiquant : nom, prénom, motivations pour suivre la formation.
2. Préciser ses attentes à la fin du cours au regard des compétences opérationnelles énumérées.
3. Prendre connaissance des consignes d'apprentissage et les respecter.
4. Prendre connaissance du syllabus et le consulter régulièrement.
5. Télécharger obligatoirement et consulter les contenus mis à disposition sur la plateforme.
6. Visionner les ressources audiovisuelles de chaque leçon.
7. Déposer obligatoirement les devoirs et l'examen dans les délais — toute évaluation non rendue sera notée 00/20.
8. Participer activement au forum dédié à chaque leçon : poser des questions ou répondre aux questions de ses pairs.
9. Participer aux activités de visioconférence pour échanger avec l'enseignant.
10. Répondre aux exercices d'autoévaluation intégrés dans chaque module.
11. Réaliser les exercices de réflexion sans utilisation de l'IAG, sauf consigne explicite.
12. S'impliquer activement dans les travaux individuels et collectifs.
13. Faire des recherches avec les mots-clés des objectifs avant chaque leçon.
14. Consulter la correction de chaque devoir disponible après la fermeture de la fenêtre de soumission.
15. Respecter toutes les consignes de l'enseignant relatives à l'utilisation ou non de l'IAG.

PAR L'ENSEIGNANT(E)

1. Présenter les objectifs et l'intérêt du cours dès la première séance.
2. Animer le forum et initier des discussions à travers des exercices contextualisés.
3. Réaliser des exercices d'application variés (QCM, exercices à trous, études de cas).
4. Programmer les sessions de visioconférence et les communiquer en avance.
5. Réaliser une vidéo asynchrone récapitulative à la fin de chaque leçon.
6. Faire une analyse globale des réponses et attentes des apprenants.
7. Présenter et expliquer le contenu et le déroulement de la formation.
8. Mettre à disposition des apprenants un canevas de présentation des devoirs et projets.
9. Rappeler les dates de devoirs et d'examen à chaque étape de la formation.
10. Créer les devoirs et examens pour évaluer les compétences visées.

11.	Faire le rapport des activités réalisées par les étudiants et assurer un suivi.
12.	Mettre à disposition des Ressources Éducatives Libres (REL) pour chaque leçon.
13.	Préciser l'usage ou non de l'IAG dans chaque activité pédagogique.
14.	Privilégier la méthode fil rouge avec des exemples du contexte ivoirien (RSN, médias locaux, organisations abidjanaises).

PAR LE TUTEUR (si applicable)

1.	S'assurer que les étudiants se connectent aux forums et à la plateforme régulièrement.
2.	S'assurer que les étudiants ont accès aux ressources d'enseignement et d'apprentissage.
3.	Rappeler les dates de devoirs et les échéances importantes.
4.	Guider les étudiants dans l'exécution des activités d'apprentissage (TD et travaux pratiques).
5.	Analyser les rapports concernant les étudiants pour assurer un suivi pédagogique.
6.	Analyser les statistiques de progression et alerter l'enseignant en cas de décrochage.
7.	Faire des points réguliers avec rappel des attentes et retours sur les évaluations.
8.	Donner des conseils sur l'organisation pour gérer le temps en distanciel.
9.	Servir d'écoute sur les difficultés rencontrées par les apprenants et les remonter à l'enseignant.
10.	S'adresser toujours aux apprenants avec un langage accessible et des analogies du contexte ivoirien.

NB : En l'absence de tuteur ou d'assistant, l'enseignant est amené à assumer la responsabilité de tuteur selon les dispositions institutionnelles en vigueur.

⚠ CONSIGNE FONDAMENTALE

L'utilisation de l'Intelligence Artificielle Générative (IAG) est **peu recommandée** particulièrement pour les exercices de réflexion personnelle, sauf consigne explicite de l'enseignant pour analyse critique. L'apprenant(e) est **entièrement responsable** de toutes les réponses produites dans les évaluations de ce cours.

RESSOURCES BIBLIOGRAPHIQUES ET WEBGRAPHIQUES

Références francophones - Ouvrages fondamentaux

- ▶ Cartan, H. (1977). Calcul différentiel. Hermann. - Référence classique pour la différentiabilité en dimension finie, les fonctions implicites et l'inversion locale.
- ▶ Dieudonné, J. (1968). Fondements de l'analyse moderne. Gauthier-Villars. - Fondements rigoureux des espaces normés, de la complétude et du calcul différentiel.
- ▶ Rouvière, F. (2003). Petit guide du calcul différentiel à l'usage de la licence et de l'agrégation. Cassini. - Approche claire des différentielles, jacobiniennes, fonctions implicites et applications.
- ▶ Monier, J.M. (éd. récente). Analyse - cours et exercices. Dunod. - Exercices progressifs adaptés à la consolidation en licence.

- Douchet, J.L. & Zwahlen, J. (éd. récente). Analyse - cours et exercices. Presses polytechniques. - Soutien pour intégrales multiples et calcul différentiel avec exercices corrigés.
- Liret, F. & Martinais, P. (éd. récente). Analyse 2. Dunod. - Rappels et problèmes de niveau licence sur fonctions de plusieurs variables et intégration.

Références internationales - Textes sources

- Rudin, W. (1976). Principles of Mathematical Analysis, 3rd ed. McGraw-Hill. — Compléments en analyse réelle, espaces métriques et théorèmes de contraction.
- Spivak, M. (1999). Calculus, vol. III. Publish or Perish. — Calcul multivariable, formes différentielles, intégrales et théorèmes de Green.
- Apostol, T. M. (1969). Calculus, vol. II. Wiley. — Traitement approfondi du calcul à plusieurs variables et des intégrales multiples.
- Do Carmo, M. (1976). Differential Geometry of Curves and Surfaces. Prentice-Hall. — Appui géométrique pour courbes paramétrées, tangentes et longueur.
- Marsden, J. E. & Tromba, A. (2012). Vector Calculus, 6th ed. W. H. Freeman. — Référence opérationnelle pour intégrales curvilignes, changements de variables et Green.

Webographie vérifiable

Ressource	URL (vérifiable)	Contenu
Les-Mathematiques.net	https://www.les-mathematiques.net/	Forum et ressources d'échange mathématique
HAL	https://hal.science/	travaux et supports universitaires
Numdam	https://www.numdam.org/	publications mathématiques
Khan Academy	https://fr.khanacademy.org/math/multivariable-calculus	Rappels visuels et exercices de calcul multivariable
MIT OpenCourseWare	https://ocw.mit.edu/courses/18-02sc-multivariable-calculus-fall-2010/	Cours, vidéos et problèmes de calcul à plusieurs variables
Exo7	https://exo7.emath.fr/	Cours et exercices de mathématiques pour la licence
Bibmath	https://www.bibmath.net/	Fiches, exercices et rappels d'analyse et d'intégration

Ce syllabus est la propriété intellectuelle du Dr SANA Mohamed de l'UVCI. Et il est revu annuellement par le Dr SANA Mohamed, sous la supervision de l'équipe pédagogique dirigée par le Dr EKRA Sylvestre, pour intégrer les évolutions du moment et du contexte numérique ivoirien.